#### 2.2.2.8. Математика

Cодержание курсов математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–9 классов объединено как в исторически сложившиеся линии (числовая, алгебраическая, геометрическая, функциональная и др.), так и в относительно новые (стохастическая линия, «реальная математика»). Отдельно представлены линия сюжетных задач, историческая линия.

## Элементы теории множеств и математической логики

Согласно ФГОС основного общего образования в курс математики введен раздел «Логика», который не предполагает дополнительных часов на изучении и встраивается в различные темы курсов математики и информатики и предваряется ознакомлением с элементами теории множеств.

**Множества и отношения между ними**

Множество, *характеристическое свойство множества*, элемент множества, *пустое, конечное, бесконечное множество*. Подмножество. Отношение принадлежности, включения, равенства. Элементы множества, способы задания множеств, *распознавание подмножеств и элементов подмножеств с использованием кругов Эйлера*.

**Операции над множествами**

Пересечение и объединение множеств. *Разность множеств, дополнение множества*. *Интерпретация операций над множествами с помощью кругов Эйлера*.

**Элементы логики**

Определение. Утверждения. Аксиомы и теоремы. Доказательство. Доказательство от противного. Теорема, обратная данной. Пример и контрпример.

**Высказывания**

Истинность и ложность высказывания*. Сложные и простые высказывания. Операции над высказываниями с использованием логических связок: и, или, не. Условные высказывания (импликации).*

## Содержание курса математики в 5–6 классах

**Натуральные числа и нуль**

**Натуральный ряд чисел и его свойства**

Натуральное число, множество натуральных чисел и его свойства, изображение натуральных чисел точками на числовой прямой. Использование свойств натуральных чисел при решении задач.

**Запись и чтение натуральных чисел**

Различие между цифрой и числом. Позиционная запись натурального числа, поместное значение цифры, разряды и классы, соотношение между двумя соседними разрядными единицами, чтение и запись натуральных чисел.

**Округление натуральных чисел**

Необходимость округления. Правило округления натуральных чисел.

**Сравнение натуральных чисел, сравнение с числом 0**

Понятие о сравнении чисел, сравнение натуральных чисел друг с другом и с нулём, математическая запись сравнений, способы сравнения чисел.

**Действия с натуральными числами**

Сложение и вычитание, компоненты сложения и вычитания, связь между ними, нахождение суммы и разности, изменение суммы и разности при изменении компонентов сложения и вычитания.

Умножение и деление, компоненты умножения и деления, связь между ними, умножение и сложение в столбик, деление уголком, проверка результата с помощью прикидки и обратного действия.

Переместительный и сочетательный законы сложения и умножения, распределительный закон умножения относительно сложения, *обоснование алгоритмов выполнения арифметических действий.*

**Степень с натуральным показателем**

Запись числа в виде суммы разрядных слагаемых, порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степень, вычисление значений выражений, содержащих степень.

**Числовые выражения**

Числовое выражение и его значение, порядок выполнения действий.

**Деление с остатком**

Деление с остатком на множестве натуральных чисел, *свойства деления с остатком*. Практические задачи на деление с остатком.

**Свойства и признаки делимости**

Свойство делимости суммы (разности) на число. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. *Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Доказательство признаков делимости*. Решение практических задач с применением признаков делимости.

**Разложение числа на простые множители**

Простые и составные числа, *решето Эратосфена.*

Разложение натурального числа на множители, разложение на простые множители. *Количество делителей числа, алгоритм разложения числа на простые множители, основная теорема арифметики*.

**Алгебраические выражения**

Использование букв для обозначения чисел, вычисление значения алгебраического выражения, применение алгебраических выражений для записи свойств арифметических действий, преобразование алгебраических выражений.

**Делители и кратные**

Делитель и его свойства, общий делитель двух и более чисел, наибольший общий делитель, взаимно простые числа, нахождение наибольшего общего делителя. Кратное и его свойства, общее кратное двух и более чисел, наименьшее общее кратное, способы нахождения наименьшего общего кратного.

**Дроби**

**Обыкновенные дроби**

Доля, часть, дробное число, дробь. Дробное число как результат деления. Правильные и неправильные дроби, смешанная дробь (смешанное число).

Запись натурального числа в виде дроби с заданным знаменателем, преобразование смешанной дроби в неправильную дробь и наоборот.

Приведение дробей к общему знаменателю. Сравнение обыкновенных дробей.

Сложение и вычитание обыкновенных дробей. Умножение и деление обыкновенных дробей.

Арифметические действия со смешанными дробями.

Арифметические действия с дробными числами.

*Способы рационализации вычислений и их применение при выполнении действий*.

**Десятичные дроби**

Целая и дробная части десятичной дроби. Преобразование десятичных дробей в обыкновенные. Сравнение десятичных дробей. Сложение и вычитание десятичных дробей. Округление десятичных дробей. Умножение и деление десятичных дробей. *Преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби. Конечные и бесконечные десятичные дроби*.

**Отношение двух чисел**

Масштаб на плане и карте. Пропорции. Свойства пропорций, применение пропорций и отношений при решении задач.

**Среднее арифметическое чисел**

Среднее арифметическое двух чисел. Изображение среднего арифметического двух чисел на числовой прямой. Решение практических задач с применением среднего арифметического. *Среднее арифметическое нескольких чисел.*

**Проценты**

Понятие процента. Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах. Решение несложных практических задач с процентами.

**Диаграммы**

Столбчатые и круговые диаграммы. Извлечение информации из диаграмм. *Изображение диаграмм по числовым данным*.

**Рациональные числа**

**Положительные и отрицательные числа**

Изображение чисел на числовой (координатной) прямой. Сравнение чисел. Модуль числа, геометрическая интерпретация модуля числа. Действия с положительными и отрицательными числами. Множество целых чисел.

**Понятие о рациональном числе**. *Первичное представление о множестве рациональных чисел.* Действия с рациональными числами.

**Решение текстовых задач**

**Единицы измерений**: длины, площади, объёма, массы, времени, скорости. Зависимости между единицами измерения каждой величины. Зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; производительность, время, работа; цена, количество, стоимость.

**Задачи на все арифметические действия**

Решение текстовых задач арифметическим способом*.* Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

**Задачи на движение, работу и покупки**

Решение несложных задач на движение в противоположных направлениях, в одном направлении, движение по реке по течению и против течения. Решение задач на совместную работу. Применение дробей при решении задач.

**Задачи на части, доли, проценты**

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

**Логические задачи**

Решение несложных логических задач. *Решение логических задач с помощью графов, таблиц*.

**Основные методы решения текстовых задач:** арифметический, перебор вариантов.

### Наглядная геометрия

Фигуры в окружающем мире. Наглядные представления о фигурах на плоскости: прямая, отрезок, луч, угол, ломаная, многоугольник, окружность, круг. Четырехугольник, прямоугольник, квадрат. Треугольник, *виды треугольников. Правильные многоугольники.* Изображение основных геометрических фигур. *Взаимное расположение двух прямых, двух окружностей, прямой и окружности.* Длина отрезка, ломаной. Единицы измерения длины. Построение отрезка заданной длины. Виды углов. Градусная мера угла. Измерение и построение углов с помощью транспортира.

Периметр многоугольника. Понятие площади фигуры; единицы измерения площади. Площадь прямоугольника, квадрата. Приближенное измерение площади фигур на клетчатой бумаге. *Равновеликие фигуры.*

Наглядные представления о пространственных фигурах: куб, параллелепипед, призма, пирамида, шар, сфера, конус, цилиндр. Изображение пространственных фигур. *Примеры сечений. Многогранники. Правильные многогранники.* Примеры разверток многогранников, цилиндра и конуса.

Понятие объема; единицы объема. Объем прямоугольного параллелепипеда, куба.

Понятие о равенстве фигур. Центральная, осевая и *зеркальная* симметрии. Изображение симметричных фигур.

Решение практических задач с применением простейших свойств фигур.

### История математики

*Появление цифр, букв, иероглифов в процессе счёта и распределения продуктов на Древнем Ближнем Востоке. Связь с Неолитической революцией.*

*Рождение шестидесятеричной системы счисления. Появление десятичной записи чисел.*

*Рождение и развитие арифметики натуральных чисел. НОК, НОД, простые числа. Решето Эратосфена.*

*Появление нуля и отрицательных чисел в математике древности. Роль Диофанта. Почему ?*

*Дроби в Вавилоне, Египте, Риме. Открытие десятичных дробей. Старинные системы мер. Десятичные дроби и метрическая система мер. Л. Магницкий.*

## Содержание курса математики в 7–9 классах

### Алгебра

**Числа**

**Рациональные числа**

Множество рациональных чисел. Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. *Представление рационального числа десятичной дробью*.

**Иррациональные числа**

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Примеры доказательств в алгебре. Иррациональность числа*.* Применение в геометрии*. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел*.

**Тождественные преобразования**

**Числовые и буквенные выражения**

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

**Целые выражения**

Степень с натуральным показателем и её свойства. Преобразования выражений, содержащих степени с натуральным показателем.

Одночлен, многочлен. Действия с одночленами и многочленами (сложение, вычитание, умножение). Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Разложение многочлена на множители: вынесение общего множителя за скобки, *группировка, применение формул сокращённого умножения*. *Квадратный трёхчлен, разложение квадратного трёхчлена на множители.*

**Дробно-рациональные выражения**

Степень с целым показателем. Преобразование дробно-линейных выражений: сложение, умножение, деление. *Алгебраическая дробь. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях*. *Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень.*

*Преобразование выражений, содержащих знак модуля.*

**Квадратные корни**

Арифметический квадратный корень. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни: умножение, деление, вынесение множителя из-под знака корня, *внесение множителя под знак корня*.

**Уравнения и неравенства**

**Равенства**

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

**Уравнения**

Понятие уравнения и корня уравнения. *Представление о равносильности уравнений. Область определения уравнения (область допустимых значений переменной).*

**Линейное уравнение и его корни**

Решение линейных уравнений. *Линейное уравнение с параметром. Количество корней линейного уравнения. Решение линейных уравнений с параметром.*

**Квадратное уравнение и его корни**

Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. *Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета.* Решение квадратных уравнений:использование формулы для нахождения корней*, графический метод решения, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета*. *Количество корней квадратного уравнения в зависимости от его дискриминанта. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратные уравнения с параметром.*

**Дробно-рациональные уравнения**

Решение простейших дробно-линейных уравнений. *Решение дробно-рациональных уравнений.*

*Методы решения уравнений: методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений.*

*Простейшие иррациональные уравнения вида* , .

*Уравнения вида*.*Уравнения в целых числах.*

**Системы уравнений**

Уравнение с двумя переменными. Линейное уравнение с двумя переменными. *Прямая как графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.*

Понятие системы уравнений. Решение системы уравнений.

Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными: *графический метод*, *метод сложения*, метод подстановки.

*Системы линейных уравнений с параметром*.

**Неравенства**

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. *Область определения неравенства (область допустимых значений переменной).*

Решение линейных неравенств.

*Квадратное неравенство и его решения*. *Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.*

*Решение целых и дробно-рациональных неравенств методом интервалов.*

**Системы неравенств**

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, *квадратных.* Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

**Функции**

**Понятие функции**

Декартовы координаты на плоскости. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных реальных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства*, чётность/нечётность,* промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения. Исследование функции по её графику.

*Представление об асимптотах.*

*Непрерывность функции. Кусочно заданные функции.*

**Линейная функция**

Свойства и график линейной функции. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её углового коэффициента и свободного члена. *Нахождение коэффициентов линейной функции по заданным условиям: прохождение прямой через две точки с заданными координатами, прохождение прямой через данную точку и параллельной данной прямой.*

**Квадратичная функция**

Свойства и график квадратичной функции (парабола). *Построение графика квадратичной функции по точкам.* Нахождение нулей квадратичной функции, *множества значений, промежутков знакопостоянства, промежутков монотонности*.

**Обратная пропорциональность**

Свойства функции . Гипербола.

***Графики функций****. Преобразование графика функции  для построения графиков функций вида .*

*Графики функций* , ,, *.*

**Последовательности и прогрессии**

Числовая последовательность. Примеры числовых последовательностей. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. *Формула общего члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия.*

**Решение текстовых задач**

**Задачи на все арифметические действия**

Решение текстовых задач арифметическим способом*.* Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

**Задачи на движение, работу и покупки**

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

**Задачи на части, доли, проценты**

Решение задач на нахождение части числа и числа по его части. Решение задач на проценты и доли. Применение пропорций при решении задач.

**Логические задачи**

Решение логических задач. *Решение логических задач с помощью графов, таблиц*.

**Основные методы решения текстовых задач:** арифметический, алгебраический, перебор вариантов. *Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).*

### Статистика и теория вероятностей

**Статистика**

Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, графики, применение диаграмм и графиков для описания зависимостей реальных величин, извлечение информации из таблиц, диаграмм и графиков. Описательные статистические показатели числовых наборов: среднее арифметическое, *медиана*, наибольшее и наименьшее значения. Меры рассеивания: размах, *дисперсия и стандартное отклонение*.

Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. *Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах*.

**Случайные события**

Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. *Представление событий с помощью диаграмм Эйлера.Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей*. *Случайный выбор.Представление эксперимента в виде дерева.Независимые события. Умножение вероятностей независимых событий*. *Последовательные независимые испытания.* Представление о независимых событиях в жизни.

***Элементы комбинаторики***

*Правило умножения, перестановки, факториал числа. Сочетания и число сочетаний. Формула числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением комбинаторных формул. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли****.***

***Случайные величины***

*Знакомство со случайными величинами на примерах конечных дискретных случайных величин. Распределение вероятностей. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.*

### Геометрия

**Геометрические фигуры**

**Фигуры в геометрии и в окружающем мире**

Геометрическая фигура. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура».

Точка, линия, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, круг.

Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур*.*

**Многоугольники**

Многоугольник, его элементы и его свойства. Распознавание некоторых многоугольников. *Выпуклые и невыпуклые многоугольники*. Правильные многоугольники.

Треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренный треугольник, его свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Внешние углы треугольника. Неравенство треугольника.

Четырёхугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция, равнобедренная трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата.

**Окружность, круг**

Окружность, круг, их элементы и свойства; центральные и вписанные углы. Касательная *и секущая* к окружности, *их свойства*. Вписанные и описанные окружности для треугольников, *четырёхугольников, правильных многоугольников*.

**Геометрические фигуры в пространстве (объёмные тела)**

*Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней.* Первичные представления о пирамиде, параллелепипеде, призме, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах*.*

**Отношения**

**Равенство фигур**

Свойства равных треугольников. Признаки равенства треугольников.

**Параллельно­сть прямых**

Признаки и свойства параллельных прямых. *Аксиома параллельности Евклида*. *Теорема Фалеса*.

**Перпендикулярные прямые**

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Наклонная, проекция. Серединный перпендикуляр к отрезку. *Свойства и признаки перпендикулярности*.

***Подобие***

*Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия*.

**Взаимное расположение** прямой и окружности*, двух окружностей.*

**Измерения и вычисления**

**Величины**

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единицы измерения длины. Величина угла. Градусная мера угла.

Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.

Представление об объёме и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.

**Измерения и вычисления**

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике *Тригонометрические функции тупого угла.* Вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, формулы длины ок­ружности и площади круга. Сравнение и вычисление площадей. Теорема Пифагора. *Теорема синусов. Теорема косинусов*.

**Расстояния**

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. *Расстояние между фигурами*.

**Геометрические построения**

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.

Инструменты для построений: циркуль, линейка, угольник. *Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному,*

*Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам.*

*Деление отрезка в данном отношении.*

**Геометрические преобразования**

**Преобразования**

Понятие преобразования. Представление о метапредметном понятии «преобразование». *Подобие*.

**Движения**

Осевая и центральная симметрия*, поворот и параллельный перенос.Комбинации движений на плоскости и их свойства*.

**Векторы и координаты на плоскости**

**Векторы**

Понятие вектора, действия над векторами*,* использование векторов в физике, *разложение вектора на составляющие, скалярное произведение*.

**Координаты**

Основные понятия, *координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.*

*Применение векторов и координат для решения простейших геометрических задач.*

### История математики

*Возникновение математики как науки, этапы её развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.*

*Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора*

*Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П.Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.*

*Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных систем координат.*

*Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.*

*Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.*

*От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Триссекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π. Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.*

*Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.*

*Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.*

*Роль российских учёных в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н.Колмогоров.*

*Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н.Крылов. Космическая программа и М.В.Келдыш.*

## Содержание курса математики в 7-9 классах (углублённый уровень)

### Алгебра

**Числа**

**Рациональные числа**

Сравнение рациональных чисел. Действия с рациональными числами. Конечные и бесконечные десятичные дроби. Представление рационального числа в виде десятичной дроби.

**Иррациональные числа**

Понятие иррационального числа. Распознавание иррациональных чисел. Действия с иррациональными числами. Свойства действий с иррациональными числами. Сравнение иррациональных чисел. Множество действительных чисел.

Представления о расширениях числовых множеств.

**Тождественные преобразования**

**Числовые и буквенные выражения**

Выражение с переменной. Значение выражения. Подстановка выражений вместо переменных.

Законы арифметических действий. Преобразования числовых выражений, содержащих степени с натуральным и целым показателем.

**Многочлены**

Одночлен, степень одночлена. Действия с одночленами. Многочлен, степень многочлена. Значения многочлена. Действия с многочленами: сложение, вычитание, умножение, деление. Преобразование целого выражения в многочлен. Формулы сокращённого умножения: разность квадратов, квадрат суммы и разности. Формулы преобразования суммы и разности кубов, куб суммы и разности. Разложение многочленов на множители: вынесение общего множителя за скобки, группировка, использование формул сокращённого умножения. Многочлены с одной переменной. Стандартный вид многочлена с одной переменной.

Квадратный трёхчлен. Корни квадратного трёхчлена. Разложение на множители квадратного трёхчлена. Теорема Виета. Теорема, обратная теореме Виета. Выделение полного квадрата. Разложение на множители способом выделения полного квадрата.

**Понятие тождества**

Тождественное преобразование. Представление о тождестве на множестве.

**Дробно-рациональные выражения**

Алгебраическая дробь. Преобразования выражений, содержащих степени с целым показателем. Допустимые значения переменных в дробно-рациональных выражениях. Сокращение алгебраических дробей. Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю. Действия с алгебраическими дробями: сложение, умножение, деление.

Преобразование выражений, содержащих знак модуля.

**Иррациональные выражения**

Арифметический квадратный корень. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих арифметические квадратные корни. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни.

Корни *n*-ых степеней. Допустимые значения переменных в выражениях, содержащих корни *n*-ых степеней. Преобразование выражений, содержащих корни *n*-ых степеней.

Степень с рациональным показателем. Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

**Уравнения**

**Равенства**

Числовое равенство. Свойства числовых равенств. Равенство с переменной.

**Уравнения**

Понятие уравнения и корня уравнения. Представление о равносильности уравнений и уравнениях-следствиях.

Представление о равносильности на множестве. Равносильные преобразования уравнений.

**Методы решения уравнений**

Методы равносильных преобразований, метод замены переменной, графический метод. Использование свойств функций при решении уравнений, использование теоремы Виета для уравнений степени выше 2.

**Линейное уравнение и его корни**

Решение линейных уравнений. Количество корней линейного уравнения. Линейное уравнение с параметром.

**Квадратное уравнение и его корни**

Дискриминант квадратного уравнения. Формула корней квадратного уравнения. Количество действительных корней квадратного уравнения. Решение квадратных уравнений: графический метод решения, использование формулы для нахождения корней, разложение на множители, подбор корней с использованием теоремы Виета. Биквадратные уравнения. Уравнения, сводимые к линейным и квадратным. Квадратное уравнение с параметром. Решение простейших квадратных уравнений с параметрами. Решение некоторых типов уравнений 3 и 4 степени.

**Дробно-рациональные уравнения**

Решение дробно-рациональных уравнений.

**Простейшие иррациональные уравнения вида**: ; и их решение. Решение иррациональных уравнений вида .

**Системы уравнений**

Уравнение с двумя переменными. Решение уравнений в целых числах. Линейное уравнение с двумя переменными. Графическая интерпретация линейного уравнения с двумя переменными.

Представление о графической интерпретации произвольного уравнения с двумя переменными: линии на плоскости.

Понятие системы уравнений. Решение систем уравнений.

Представление о равносильности систем уравнений.

Методы решения систем линейных уравнений с двумя переменными графический метод, метод сложения, метод подстановки. Количество решений системы линейных уравнений. Система линейных уравнений с параметром.

Системы нелинейных уравнений. Методы решения систем нелинейных уравнений. Метод деления, метод замены переменных. Однородные системы.

**Неравенства**

Числовые неравенства. Свойства числовых неравенств. Проверка справедливости неравенств при заданных значениях переменных.

Неравенство с переменной. Строгие и нестрогие неравенства. Доказательство неравенств. Неравенства о средних для двух чисел.

Понятие о решении неравенства. Множество решений неравенства.

Представление о равносильности неравенств.

Линейное неравенство и множества его решений. Решение линейных неравенств. Линейное неравенство с параметром.

Квадратное неравенство и его решения. Решение квадратных неравенств: использование свойств и графика квадратичной функции, метод интервалов. Запись решения квадратного неравенства.

Квадратное неравенство с параметром и его решение.

Простейшие иррациональные неравенства вида: ; ; .

Обобщённый метод интервалов для решения неравенств.

**Системы неравенств**

Системы неравенств с одной переменной. Решение систем неравенств с одной переменной: линейных, квадратных, дробно-рациональных, иррациональных. Изображение решения системы неравенств на числовой прямой. Запись решения системы неравенств.

Неравенство с двумя переменными. Представление о решении линейного неравенства с двумя переменными. Графическая интерпретация неравенства с двумя переменными. Графический метод решения систем неравенств с двумя переменными.

**Функции**

**Понятие зависимости**

Прямоугольная система координат. Формирование представлений о метапредметном понятии «координаты». График зависимости.

**Функция**

Способы задания функций: аналитический, графический, табличный. График функции. Примеры функций, получаемых в процессе исследования различных процессов и решения задач. Значение функции в точке. Свойства функций: область определения, множество значений, нули, промежутки знакопостоянства, чётность/нечётность, возрастание и убывание, промежутки монотонности, наибольшее и наименьшее значение, периодичность. Исследование функции по её графику.

**Линейная функция**

Свойства, график. Угловой коэффициент прямой. Расположение графика линейной функции в зависимости от её коэффициентов.

**Квадратичная функция**

Свойства. Парабола. Построение графика квадратичной функции. Положение графика квадратичной функции в зависимости от её коэффициентов. Использование свойств квадратичной функции для решения задач.

**Обратная пропорциональность**

Свойства функции . Гипербола. Представление об асимптотах.

**Степенная функция с показателем3**

Свойства. Кубическая парабола.

**Функции** , ****, .Их свойства и графики. Степенная функция с показателем степени больше 3.

Преобразование графиков функций: параллельный перенос, симметрия, растяжение/сжатие, отражение.

Представление о взаимно обратных функциях.

Непрерывность функции и точки разрыва функций. Кусочно заданные функции.

**Последовательности и прогрессии**

Числовая последовательность. Примеры. Бесконечные последовательности. Арифметическая прогрессия и её свойства. Геометрическая прогрессия. Суммирование первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Сходящаяся геометрическая прогрессия. Сумма сходящейся геометрической прогрессии. Гармонический ряд. Расходимость гармонического ряда.

Метод математической индукции, его применение для вывода формул, доказательства равенств и неравенств, решения задач на делимость.

**Решение текстовых задач**

**Задачи на все арифметические действия**

Решение текстовых задач арифметическим способом. Использование таблиц, схем, чертежей, других средств представления данных при решении задачи.

**Решение задач на движение, работу, покупки**

Анализ возможных ситуаций взаимного расположения объектов при их движении, соотношения объёмов выполняемых работ при совместной работе.

**Решение задач на нахождение части числа и числа по его части**

**Решение задач на проценты, доли**, применение пропорций при решении задач.

**Логические задачи**

Решение логических задач. Решение логических задач с помощью графов, таблиц.

**Основные методы решения задач**

Арифметический, алгебраический, перебор вариантов. Первичные представления о других методах решения задач (геометрические и графические методы).

### Статистика и теория вероятностей

**Статистика**

Табличное и графическое представление данных, столбчатые и круговые диаграммы, извлечение нужной информации. Диаграммы рассеивания. Описательные статистические показатели: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения числового набора. Отклонение. Случайные выбросы. Меры рассеивания: размах, дисперсия и стандартное отклонение. Свойства среднего арифметического и дисперсии. Случайная изменчивость. Изменчивость при измерениях. Решающие правила. Закономерности в изменчивых величинах.

**Случайные опыты и случайные события**

Случайные опыты (эксперименты), элементарные случайные события (исходы). Вероятности элементарных событий. События в случайных экспериментах и благоприятствующие элементарные события. Вероятности случайных событий. Опыты с равновозможными элементарными событиями. Классические вероятностные опыты с использованием монет, кубиков. Представление событий с помощью диаграмм Эйлера. Противоположные события, объединение и пересечение событий. Правило сложения вероятностей. Случайный выбор. Независимые события. Последовательные независимые испытания. Представление эксперимента в виде дерева, умножение вероятностей. Испытания до первого успеха. Условная вероятность. Формула полной вероятности.

**Элементы комбинаторики и испытания Бернулли**

Правило умножения, перестановки, факториал. Сочетания и число сочетаний. Треугольник Паскаля и бином Ньютона. Опыты с большим числом равновозможных элементарных событий. Вычисление вероятностей в опытах с применением элементов комбинаторики. Испытания Бернулли. Успех и неудача. Вероятности событий в серии испытаний Бернулли.

**Геометрическая вероятность**

Случайный выбор точки из фигуры на плоскости, отрезка и дуги окружности. Случайный выбор числа из числового отрезка.

**Случайные величины**

Дискретная случайная величина и распределение вероятностей. Равномерное дискретное распределение. Геометрическое распределение вероятностей. Распределение Бернулли. Биномиальное распределение. Независимые случайные величины. Сложение, умножение случайных величин. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины; свойства дисперсии. Дисперсия числа успехов в серии испытаний Бернулли. Понятие о законе больших чисел. Измерение вероятностей и точность измерения. Применение закона больших чисел в социологии, страховании, в здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.

### Геометрия

**Геометрические фигуры**

**Фигуры в геометрии и в окружающем мире**

Геометрическая фигура. Внутренняя, внешняя области фигуры, граница. Линии и области на плоскости. Выпуклая и невыпуклая фигуры. Плоская и неплоская фигуры.

Выделение свойств объектов. Формирование представлений о метапредметном понятии «фигура». Точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, плоскость, угол, биссектриса угла и её свойства, виды углов, многоугольники, окружность и круг.

Осевая симметрия геометрических фигур. Центральная симметрия геометрических фигур*.*

**Многоугольники**

Многоугольник, его элементы и его свойства. Правильные многоугольники. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника.

Треугольник. Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник, свойства и признаки. Равносторонний треугольник. Медианы, биссектрисы, высоты треугольников. Замечательные точки в треугольнике. Неравенство треугольника.

Четырёхугольники. Параллелограмм, ромб, прямоугольник, квадрат, трапеция. Свойства и признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата. Теорема Вариньона.

**Окружность, круг**

Их элементы и свойства. Хорды и секущие, их свойства. Касательные и их свойства. Центральные и вписанные углы. Вписанные и описанные окружности для треугольников. Вписанные и описанные окружности для четырёхугольников. Вневписанные окружности. Радикальная ось.

**Фигуры в пространстве (объемные тела)**

Многогранник и его элементы. Названия многогранников с разным положением и количеством граней. Первичные представления о пирамидах, параллелепипедах, призмах, сфере, шаре, цилиндре, конусе, их элементах и простейших свойствах.

**Отношения**

**Равенство фигур**

Свойства и признаки равенства треугольников. Дополнительные признаки равенства треугольников. Признаки равенства параллелограммов.

**Параллельность прямых**

Признаки и свойства параллельных прямых. Аксиома параллельности Евклида. Первичные представления о неевклидовых геометриях. Теорема Фалеса.

**Перпендикулярные прямые**

Прямой угол. Перпендикуляр к прямой. Серединный перпендикуляр к отрезку. Свойства и признаки перпендикулярности прямых. Наклонные, проекции, их свойства.

**Подобие**

Пропорциональные отрезки, подобие фигур. Подобные треугольники. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных фигур.

**Взаимное расположениепрямой и окружности**, двух окружностей.

**Измерения и вычисления**

**Величины**

Понятие величины. Длина. Измерение длины. Единцы измерения длины.

Величина угла. Градусная мера угла. Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

Понятие о площади плоской фигуры и её свойствах. Измерение площадей. Единицы измерения площади.

Представление об объёме пространственной фигуры и его свойствах. Измерение объёма. Единицы измерения объёмов.

**Измерения и вычисления**

Инструменты для измерений и построений; измерение и вычисление углов, длин (расстояний), площадей, вычисление элементов треугольников с использованием тригонометрических соотношений. Площади. Формулы площади треугольника, параллелограмма и его частных видов, трапеции, формула Герона, формула площади выпуклого четырёхугольника, формулы длины окружности и площади круга. Площадь кругового сектора, кругового сегмента. Площадь правильного многоугольника.

Теорема Пифагора. Пифагоровы тройки. Тригонометрические соотношения в прямоугольном треугольнике. Тригонометрические функции тупого угла.

Теорема косинусов. Теорема синусов.

Решение треугольников. Вычисление углов. Вычисление высоты, медианы и биссектрисы треугольника. Ортотреугольник. Теорема Птолемея. Теорема Менелая. Теорема Чевы.

**Расстояния**

Расстояние между точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между фигурами.

Равновеликие и равносоставленные фигуры.

Свойства (аксиомы) длины отрезка, величины угла, площади и объёма фигуры.

**Геометрические построения**

Геометрические построения для иллюстрации свойств геометрических фигур.

Инструменты для построений. Циркуль, линейка.

Простейшие построения циркулем и линейкой: построение биссектрисы угла, перпендикуляра к прямой, угла, равного данному.

Построение треугольников по трём сторонам, двум сторонам и углу между ними, стороне и двум прилежащим к ней углам, *по другим элементам*.

Деление отрезка в данном отношении.

Основные методы решения задач на построение (метод геометрических мест точек, метод параллельного переноса, метод симметрии, метод подобия).

Этапы решения задач на построение.

**Геометрические преобразования**

**Преобразования**

Представление о межпредметном понятии «преобразование». Преобразования в математике (в арифметике, алгебре, геометрические преобразования).

**Движения**

Осевая и центральная симметрии, поворот и параллельный перенос. Комбинации движений на плоскости и их свойства.

**Подобие как преобразование**

Гомотетия. Геометрические преобразования как средство доказательства утверждений и решения задач.

**Векторы и координаты на плоскости**

**Векторы**

Понятие вектора, действия над векторами, коллинеарные векторы, векторный базис, разложение вектора по базисным векторам. Единственность разложения векторов по базису, скалярное произведение и его свойства, использование векторов в физике.

**Координаты**

Основные понятия, координаты вектора, расстояние между точками. Координаты середины отрезка. Уравнения фигур.

Применение векторов и координат для решения геометрических задач.

Аффинная система координат. Радиус-векторы точек. Центроид системы точек.

### *История математики*

*Возникновение математики как науки, этапы её развития. Основные разделы математики. Выдающиеся математики и их вклад в развитие науки.*

*Бесконечность множества простых чисел. Числа и длины отрезков. Рациональные числа. Потребность в иррациональных числах. Школа Пифагора*

*Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П.Ферма, Ф. Виет, Р. Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений степеней, больших четырёх. Н. Тарталья, Дж. Кардано, Н.Х. Абель, Э.Галуа.*

*Появление метода координат, позволяющего переводить геометрические объекты на язык алгебры. Появление графиков функций. Р. Декарт, П. Ферма. Примеры различных координат.*

*Задача Леонардо Пизанского (Фибоначчи) о кроликах, числа Фибоначчи. Задача о шахматной доске. Сходимость геометрической прогрессии.*

*Истоки теории вероятностей: страховое дело, азартные игры. П. Ферма, Б.Паскаль, Я. Бернулли, А.Н.Колмогоров.*

*От земледелия к геометрии. Пифагор и его школа. Фалес, Архимед. Платон и Аристотель. Построение правильных многоугольников. Триссекция угла. Квадратура круга. Удвоение куба. История числа π. Золотое сечение. «Начала» Евклида. Л Эйлер, Н.И.Лобачевский. История пятого постулата.*

*Геометрия и искусство. Геометрические закономерности окружающего мира.*

*Астрономия и геометрия. Что и как узнали Анаксагор, Эратосфен и Аристарх о размерах Луны, Земли и Солнца. Расстояния от Земли до Луны и Солнца. Измерение расстояния от Земли до Марса.*

*Роль российских учёных в развитии математики: Л.Эйлер. Н.И.Лобачевский, П.Л.Чебышев, С. Ковалевская, А.Н.Колмогоров.*

*Математика в развитии России: Петр I, школа математических и навигацких наук, развитие российского флота, А.Н.Крылов. Космическая программа и М.В.Келдыш.*